

# Adaptive Patientenunterstützung für Rehabilitationsroboter

Adaptive Patient Support for Rehabilitation Robots

Alexander Duschau-Wicke, ETH Zürich und Hocoma AG,  
André Morger, Heike Vallery, ETH Zürich,  
Robert Riener, ETH Zürich und Universität Zürich

**Zusammenfassung** Rehabilitationsroboter unterstützen die Rehabilitation von Patienten mit Bewegungsstörungen aufgrund von Schädigungen des Nervensystems. Neu entwickelte, patientenkooperative Regelungsansätze sollen es diesen Robotern ermöglichen, individuell an die Patienten angepasste, effektive Trainingseinheiten durchzuführen, als dies bislang möglich war. Dieser Beitrag beschreibt zwei Ansätze zur automatischen Anpassung der Roboterunterstützung: Die iterativ lernende Vorsteuerung ermöglicht die Unterstützung von Bewegungen mit definiertem zeitlichem Ablauf. Das iterativ lernende, konservative Kraftfeld ermöglicht die Unterstützung von Bewegungen mit freiem zeitlichem Ablauf. Das Verhalten beider Verfahren wird an

einer Beispielanwendung mit dem Gang-Rehabilitationsroboter Lokomat demonstriert. ►►► **Summary** Rehabilitation robots support rehabilitation of patients with neurological movement disorders. Newly developed patient-cooperative control approaches aim at enabling the robots to perform more effective trainings, which are tailored to individual patients. This paper presents two approaches to automatically adapt robotic support: The iterative learning feedforward control is able to support movements with defined timing. The iterative learning conservative force field can also support movements with free timing. Both approaches are demonstrated in an example application with the gait rehabilitation robot Lokomat.

**Schlagwörter** Rehabilitationsroboter, patientenkooperativ, adaptiv, iterativ lernende Regelung, Passivität ►►►  
**Keywords** Rehabilitation robots, patient-cooperative, adaptive, iterative learning control, passivity

## 1 Einleitung

Rehabilitationsroboter unterstützen Physiotherapeuten bei der Behandlung von Patienten mit Bewegungsstörungen nach Schädigungen des Nervensystems (z. B. nach Rückenmarkverletzungen, Schlaganfall, Schädel-Hirn-Trauma etc.). Ein solcher Roboter übernimmt dabei das für den Therapeuten körperlich belastende Bewegen der Gliedmaßen der Patienten, während sich der Therapeut darauf konzentrieren kann, die Patienten zu beobachten, zu instruieren und zu motivieren. Inzwischen sind eine Reihe derartiger Geräte sowohl für die obere [1] als auch für die untere Extremität [2] verfügbar.

Rehabilitationsroboter der ersten Stunde beschränkten sich darauf, Patienten entlang vordefinierter Trajektorien

zu bewegen, ohne sich an die Aktivität der Patienten anzupassen. Aktuelle Ergebnisse aus Grundlagenforschung und klinischen Studien [3] legen jedoch nahe, dass Roboter die Patienten so wenig wie möglich unterstützen sollten („Assist as needed“-Prinzip [4]), damit die Patienten so viel zu den trainierten Bewegungen beitragen müssen, wie es ihnen ihre Fähigkeiten erlauben.

Um das „Assist as needed“-Prinzip umzusetzen, arbeitet eine Reihe von Forschungsgruppen an sogenannten *patientenkooperativen* Robotern und Regelungsstrategien [5–11]. Basis vieler derartiger Strategien ist die *Impedanzregelung*, bei der die Nachgiebigkeit des Roboters durch ein simuliertes Feder-Dämpfer-Element zwischen Ist-Position und Soll-Position eingestellt wird [5; 12].

Weiterentwicklungen der Impedanzregelung erlauben Bewegungen mit freiem zeitlichem Ablauf entlang eines räumlichen Referenz-Pfades („Pfadregelung“, [8–10]).

Die erwähnten Strategien erlauben es, Patienten mehr Freiheit zur Beeinflussung ihrer Bewegungen einzuräumen. Gleichzeitig ist es erforderlich, Patienten an Stellen im Bewegungsmuster geeignet zu unterstützen, wo sie ihre Bewegungen sonst nicht erfolgreich bzw. korrekt durchführen können. Die oben erwähnten Ansätze verfügen über entsprechende Parameter, die allerdings vom Therapeuten manuell an die individuellen Fähigkeiten der Patienten angepasst werden. Um derartige Einstellungen durchzuführen, muss der Therapeut ein relativ tiefes technisches Verständnis der Regelung des Roboters besitzen und dem Roboter während des Trainings unverhältnismäßig viel Aufmerksamkeit schenken. Aus diesen Gründen sind Methoden erforderlich, die es dem Roboter ermöglichen, seine Unterstützung automatisch an die Fähigkeiten der Patienten anzupassen.

Bisherige Ansätze zur Anpassung der Patientenunterstützung beschränken sich auf die Einstellung der Nachgiebigkeit eines Impedanzreglers [13] sowie auf die Unterstützung von Punkt-zu-Punkt-Bewegungen für die obere Extremität [14]. Auf der Suche nach Ansätzen, die unabhängig vom verwendeten Regler für den Roboter sind und gleichzeitig den repetitiven Charakter eines typischen Rehabilitationstrainings ausnutzen, haben wir eine *iterativ lernende, zeitabhängige Vorsteuerung* zur Unterstützung von Patienten beim Tragen ihres Körpergewichts vorgestellt [15].

Im vorliegenden Beitrag stellen wir diesem Ansatz eine neue Methode gegenüber, bei der ein ausschließlich positionsabhängiges, *konservatives Kraftfeld* iterativ lernend an die Fähigkeiten der Patienten angepasst wird. Diese Methode erlaubt eine Unterstützung unabhängig von einem zeitlich vorgegebenen Sollgrößenverlauf. Da dabei die Kräfte nicht mehr vorgesteuert, sondern als nichtlineare Funktion der aktuellen Positionen berechnet werden, ist die Stabilität in der Interaktion mit dem Menschen relevant, die dadurch gewährleistet wird, dass sich der Roboter aufgrund des konservativen Kraftfelds *passiv* verhält. Wir demonstrieren das unterschiedliche Verhalten der beiden Ansätze in einer nachgestellten Trainingssituation mit dem Rehabilitationsroboter Lokomat und einer unbeeinträchtigten Versuchsperson.

## 2 Methoden

Die in diesem Beitrag vorgestellten Ansätze zur adaptiven Patientenunterstützung sind prinzipiell für beliebige Roboter geeignet. Um die Erläuterungen anschaulicher zu gestalten, erklären wir sie im Folgenden jedoch am Beispiel des Rehabilitationsroboters Lokomat. Dazu wird im nächsten Unterabschnitt zunächst der Roboter vorgestellt, bevor die beiden Ansätze und das Demonstrations-Experiment beschrieben werden.



**Bild 1** Der Rehabilitationsroboter Lokomat (Foto mit freundlicher Genehmigung der Hocoma AG).

### 2.1 Rehabilitationsroboter

Der Rehabilitationsroboter Lokomat (Bild 1) wurde entwickelt, um das körperlentlastete Laufbandtraining von Patienten mit beeinträchtigter Gehfähigkeit nach incompletter Querschnittlähmung und Schlaganfall zu automatisieren [16]. Das Robotersystem besteht aus zwei Orthesen, die als Exoskelett an den Beinen des Patienten befestigt werden. Jede Orthese verfügt über lineare Antriebe für Hüft- und Kniegelenk, welche Beuge- und Streckbewegungen der Gelenke in der Sagittalebene ausführen können. Die Winkel der einzelnen Gelenke werden durch Potentiometer auf den Gelenkachsen erfasst, während die in den Gelenken wirkenden Drehmomente aus den Messwerten von Kraftsensoren zwischen Antrieb und Orthese berechnet werden. Optionale, passive Fußheber können die Dorsiflexion des Fußgelenks während der Schwungphase sicherstellen. Über ein Gurtsystem können Patienten von einem einstellbaren Anteil ihres Körpergewichts entlastet werden.

### 2.2 Impedanzregelung

Beide in diesem Beitrag vorgestellten Verfahren zur adaptiven Patientenunterstützung sind als Ergänzung zu einem grundlegenden Regelungskonzept gedacht, das mindestens die Beschränkung der möglichen Bewegungen auf einen sinnvollen und sicheren Bereich gewährleistet. An dieser Stelle verwenden wir zu diesem Zweck die mit dem Lokomat gut erprobte Impedanzregelung [5], die auch bei den klinisch eingesetzten, kommerziellen Lokomat-Systemen umgesetzt ist.

In diesem Regler wird die Differenz  $\Delta \mathbf{q}$  aus Sollwinkelvektor  $\mathbf{q}_{\text{soll}}$  und Istwinkelvektor  $\mathbf{q}_{\text{ist}}$  als Eingangsgröße für eine virtuelle Impedanz erster Ordnung verwendet,

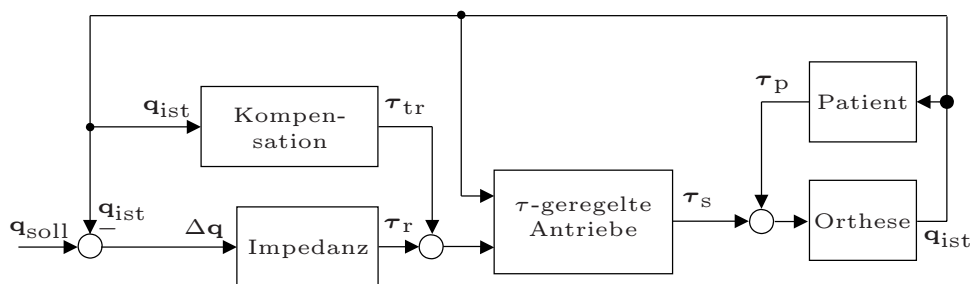


Bild 2 Impedanzregelung.

welche daraus das gewünschte Reglermoment  $\tau_r$  bestimmt:

$$\tau_r = \mathbf{K}\Delta\mathbf{q} + \mathbf{B}\Delta\dot{\mathbf{q}}. \quad (1)$$

Dabei bezeichnet  $\mathbf{K}$  die Federsteifigkeit und  $\mathbf{B}$  den Dämpfungskoeffizienten der virtuellen Impedanz<sup>1</sup>.

Die Federsteifigkeit  $\mathbf{K}$  kann als Prozentsatz einer maximalen Steifigkeit  $\mathbf{K}_{\max}$  durch den Therapeuten eingestellt werden, der Dämpfungskoeffizient  $\mathbf{B}$  wird als Funktion von  $\mathbf{K}$  berechnet ( $B = 2\sqrt{K}$  für die Hüftgelenke, bzw.  $B = (3/2)\sqrt{K}$  für die Kniegelenke, siehe [5]).

Bei einer nachgiebigen Impedanzregelung (geringe Federsteifigkeit  $\mathbf{K}$ ) nimmt der Einfluss des Patienten auf seine Bewegungen zu, und es ist wünschenswert, die Dynamik des Roboters möglichst gut zu kompensieren, damit die Bewegungen des Patienten dadurch nicht zusätzlich beeinträchtigt oder verfälscht werden. Im Idealfall würde sich der Roboter vollkommen *transparent* verhalten, d. h. er wäre für den Benutzer gar nicht spürbar. Zu diesem Zweck berechnet eine separate Komponente im Regelkreis Kompensations-Drehmomente  $\tau_{tr}$ , die dem Reglermoment  $\tau_r$  überlagert werden. Für sehr langsame (quasi-statische) Bewegungen kann man sich den Beitrag dieser Komponente als Kompensation der Gewichtskraft der Orthese vorstellen. Für die dynamische, aber sehr gleichmäßige Gehbewegung lässt sich mit der kürzlich vorgestellten Methode der „Generalisierten Elastizitäten“ [17] ein Potentialfeld berechnen, das eine beweisbar stabile Kompensation der unerwünschten Roboterdynamik erlaubt, ohne die Stabilitätseigenschaften des Gesamtsystems negativ zu beeinflussen.

Die Summe aus Reglermoment  $\tau_r$  und Kompensationsmoment  $\tau_{tr}$  bildet die Sollgröße für einen unterlagerten Regelkreis, der mit Hilfe der Messung  $\tau_s$  das von den Antrieben auf die Orthese wirkende Drehmoment ausregelt. Der Patient bringt bei seiner Interaktion mit der Orthese die zusätzlichen Momente  $\tau_p$  auf (Bild 2).

## 2.3 Iterativ lernende, zeitabhängige Vorsteuerung (ILV)

Der im letzten Abschnitt beschriebene Impedanzregler erlaubt über die Veränderung des Steifigkeitsparameters  $\mathbf{K}$  nur eine wenig selektive Anpassung an die Fähigkeiten eines Patienten. Stattdessen ist es wünschenswert, bestimmte Teilbewegungen, bei denen der Patient Schwierigkeiten zeigt, gezielt zu unterstützen, während die globale Steifigkeit des Impedanzreglers so niedrig gehalten wird, dass der Patient Teilbewegungen, die ihm keine Schwierigkeiten bereiten, größtenteils selbst ausführen kann. Dies wird durch Hinzufügen einer zusätzlichen Vorsteuerungskomponente für die Unterstützung des Patienten ermöglicht. Durch den stark repetitiven Charakter von Rehabilitationsübungen im Allgemeinen und des Gehens im Besonderen liegt die Anwendung eines iterativ lernenden Verfahrens zur Anpassung dieser unterstützenden Vorsteuerung nahe. Ein solches Verfahren haben wir in [15] demonstriert, im Folgenden wird es nochmals kurz zusammengefasst.

Allgemein wird bei einer iterativ lernenden Regelung (ILR) [18] bei einem zyklischen Prozess der Verlauf einer Steuergröße  $\mathbf{u}^{(k+1)}(t)$  für den  $(k+1)$ -ten Zyklus bestimmt, indem ein Korrekturterm zum im vorherigen Zyklus verwendeten Verlauf addiert wird:

$$\mathbf{u}^{(k+1)}(t) = \mathbf{u}^{(k)}(t) + \mathbf{\Gamma}(t)\mathbf{e}^{(k)}(t). \quad (2)$$

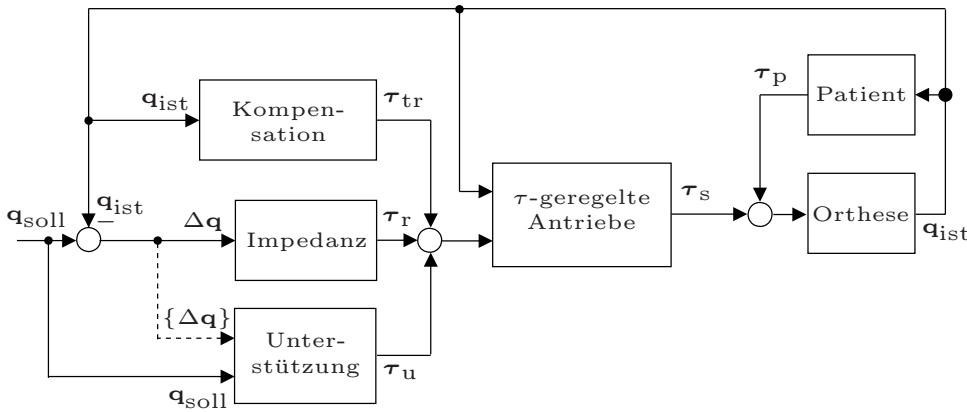
Dabei ist  $\mathbf{e}^{(k)}(t)$  der im  $k$ -ten Zyklus aufgetretene Regelfehler, und  $\mathbf{\Gamma}(t)$  die „Lernrate“ des Anpassungsprozesses.

Da der Mensch sich ebenfalls an die Unterstützung anpasst, muss ein adaptiver Regler, der einen Menschen nur so viel wie notwendig unterstützen soll, einen „Vergessensfaktor“ beinhalten, um den Menschen kontinuierlich zu fordern [19]. Durch Einführen eines solchen Faktors  $c_V \in [0, 1]$  in Gleichung (2) erhalten wir

$$\mathbf{u}^{(k+1)}(t) = (1 - c_V)\mathbf{u}^{(k)}(t) + \mathbf{\Gamma}(t)\mathbf{e}^{(k)}(t). \quad (3)$$

Diesen Algorithmus wenden wir nun an, um den Patienten beim Tragen seines Körpergewichts während der Standphase zu unterstützen. Dieses Problem lässt sich vereinfacht darauf reduzieren, ein Drehmoment vorzusteuern, das dem Patienten hilft, sein Knie zu stabilisieren, indem es eine zu starke Beugung des Kniegelenks (und damit ein Zusammensinken des Patienten) verhindert.

<sup>1</sup> Alle Vektoren von Gelenkwinkeln  $\mathbf{q}$  und Drehmomenten  $\boldsymbol{\tau}$  bestehen im Beispiel des Rehabilitationsroboters Lokomat aus vier Komponenten für das linke Hüft-, das linke Knie-, das rechte Hüft- und das rechte Kniegelenk (in dieser Reihenfolge). Die Reglerparameter  $\mathbf{K}$  und  $\mathbf{B}$  sind  $4 \times 4$ -Diagonalmatrizen mit den zum jeweiligen Gelenk gehörenden Einträgen auf der Hauptdiagonalen. Im Falle der iterativ lernenden Vorsteuerung werden wir außerdem von den skalaren Größen  $q$ ,  $\tau$ , etc. Gebrauch machen, wenn nur ein einzelnes Gelenk betrachtet wird.



**Bild 3** Iterativ lernende Vorsteuerung (ILV). Die Folge der während eines Schrittzyklus zu diskreten Abtastzeitpunkten festgehaltenen Regelfehler wird mit  $\{\Delta q\}$  bezeichnet. Die gestrichelte Linie symbolisiert die einmal pro Zyklus erfolgende Berücksichtigung dieser Informationen. Die dargestellte Abhängigkeit der Unterstützung  $\tau_u$  vom Sollwinkel  $q_{soll}$  ist dadurch gegeben, dass beide Größen gleichermaßen von der extern vorgegebenen Zeit  $t$  abhängig sind.

Wir können somit die entsprechenden Gleichungen in skalarer Form betrachten, wobei sich alle Größen jeweils auf das Kniegelenk des Roboters beziehen. Kniebeugung wird dabei mit positiven Winkeln bezeichnet, ein Winkel von  $0^\circ$  entspricht dem vollständig durchgestreckten Knie.

Als Regelfehler  $e^{(k)}(t)$  für den ILR definieren wir folglich die Regelabweichung im Kniegelenk  $\Delta q(t)$ , auf die wir eine Totzone mit Breite  $d$  anwenden, um zu verhindern, dass kleine Abweichungen vom Sollwinkel bereits zu einer Erhöhung der Unterstützung führen. Jeder Zyklus beginnt mit der Standphase des betrachteten Beins ( $t = 0$  entspricht dem Aufsetzen des Fußes auf dem Laufband), welche die Dauer  $T_{st}$  aufweist. Es werden nur Regelfehler während der Standphase betrachtet, d. h. für  $t \leq T_{st}$  gilt:

$$e^{(k)}(t) = \begin{cases} \Delta q(t) - d & \text{für } \Delta q(t) > d \\ \Delta q(t) + d & \text{für } \Delta q(t) < -d \\ 0 & \text{für } |\Delta q(t)| \leq d \end{cases} \quad (4)$$

Während der folgenden Schwungphase ( $t > T_{st}$ ) wird der Regelfehler ignoriert.

$$e^{(k)}(t) \equiv 0 \quad \text{für } t > T_{st} \quad (5)$$

Auf Basis dieses Fehlers berechnen wir nun ein skalares Unterstützungsmoment  $\tau_u$  für das Kniegelenk. Die „Lernrate“  $\Gamma(t)$  vereinfacht sich zu der skalaren Konstanten  $c_L$ .

$$\tau_u^{(k+1)}(t) = (1 - c_V)\tau_u^{(k)}(t) + c_L e^{(k)}(t) \quad (6)$$

In der praktischen Implementierung werden die kontinuierlichen Funktionen der Zykluszeit  $t$  durch Folgen von Abtastwerten zu  $N$  diskreten Abtastzeitpunkten ersetzt. Zwischen diesen Stützstellen wird linear interpoliert, um die Unterstützung zu einem bestimmten Zeitpunkt zu ermitteln. Das Unterstützungsmoment  $\tau_u$  wird zu den im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen Momenten des Impedanzreglers und der Kompensationskomponente addiert (Bild 3).

## 2.4 Iterativ lernendes, konservatives Kraftfeld (ILKK)

Die ILV setzt voraus, dass der zeitliche Ablauf der Solltrajektorie  $q_{soll}(t)$  stets eingehalten wird, damit der zeitliche Ablauf des Unterstützungsmoments sinnvoll mit den Bewegungen des Patienten koordiniert ist. Diese Einschränkung bedingt, dass die Steifigkeit des Impedanzreglers nicht zu niedrig werden darf, weil sonst möglicherweise  $q_{soll}$  und  $q_{ist}$  außer Phase geraten, sodass die Unterstützung nicht mehr zu den tatsächlichen Bewegungen von Patient und Roboter passt. Eine Reihe patientenkooperativer Regelungsstrategien zielt jedoch gerade darauf ab, dem Patienten die freie Beeinflussung des zeitlichen Ablaufs seiner Bewegungen zu ermöglichen [8–10].

Wenn eine zeitlich festgelegte Solltrajektorie nicht mehr zur Verfügung steht, muss die Unterstützung auf den Ist-Winkeln  $q_{ist}$  basieren, d. h.  $\tau_u = f(q_{ist})$ . Damit wird die Unterstützungskomponente allerdings zu einer Zustandsrückführung, die durch Interaktion mit anderen Systemkomponenten die Stabilität des Gesamtsystems gefährden könnte. Eine elegante Möglichkeit, Stabilitätsprobleme durch die Unterstützung zu vermeiden, stellt ihre Auslegung als *passives* Teilsystem dar. Ein solches Teilsystem kann zwar Energie von anderen Systemkomponenten aufnehmen, speichern und wieder abgeben, jedoch niemals zusätzliche erzeugen und somit das Gesamtsystem nicht destabilisieren [20].

Um ein passives Teilsystem zu erhalten, können wir  $\tau_u$  als konservatives Kraftfeld<sup>2</sup> gestalten. In einem konservativen Kraftfeld ist die netto ausgetauschte Energie für jede geschlossene Trajektorie null. Diese Forderung wird genau dann erfüllt, wenn das Kraftfeld

<sup>2</sup> Üblicherweise spricht man von einem Kraftfeld, wenn einer Position  $x$  oder Geschwindigkeit  $v$  im kartesischen Raum eine Kraft  $F$  im kartesischen Raum zugeordnet wird. In unserem Beispiel mit dem Rehabilitationsroboter Lokomat handelt es sich präzise formuliert um ein „Drehmomentfeld im Gelenkwinkelraum“. Diese Darstellungen können jedoch äquivalent ineinander überführt werden.

der negative Gradient eines Potentials  $\phi(\mathbf{q})$  bezüglich  $\mathbf{q}$  ist:

$$\boldsymbol{\tau}_u(\mathbf{q}) = -\nabla_{\mathbf{q}}\phi(\mathbf{q}). \quad (7)$$

Abgesehen von der Forderung, dass Gleichung (7) erfüllt sein muss, können wir beliebige Vorgaben für das Kraftfeld machen. In Analogie zur Definition unseres Regelfehlers für die iterativ lernende Vorsteuerung in Gleichung (4), definieren wir einen – nun vektorwertigen – Regelfehler  $\mathbf{e}^{(k)}$ . Um diesen unabhängig vom zeitlichen Verlauf der Referenztrajektorie  $\mathbf{q}_{\text{soll}}(t)$  zu machen, bestimmen wir eine zeitunabhängige Winkelabweichung  $\Delta\tilde{\mathbf{q}}$ :

$$\Delta\tilde{\mathbf{q}} = \tilde{\mathbf{q}}_{\text{soll}} - \mathbf{q}_{\text{ist}}, \quad (8)$$

wobei  $\tilde{\mathbf{q}}_{\text{soll}}$  den nächsten Nachbarn der aktuellen Position  $\mathbf{q}_{\text{ist}}$  auf der Referenztrajektorie  $\mathbf{q}_{\text{soll}}(t)$  bezeichnet (Bild 4).

Auf diese zeitunabhängige Winkelabweichung wenden wir nun, wie bereits bei der ILV, eine Totzone an, um kleine Abweichungen zu ignorieren. Für die  $j$ -te Komponente von  $\mathbf{e}^{(k)}$  ( $j = 1, \dots, 4$ ) gilt dann:

$$e_j^{(k)} = \begin{cases} \Delta q_j - d & \text{für } \Delta q_j > d \\ \Delta q_j + d & \text{für } \Delta q_j < -d \\ 0 & \text{für } |\Delta q_j| \leq d \end{cases} \quad (9)$$

Nun berechnen wir das gewünschte Unterstützungsmoment  $\tilde{\boldsymbol{\tau}}_u^{(k+1)}(\mathbf{q})$  als Modifikation des im letzten Zyklus aufgetragenen Unterstützungsmoments  $\boldsymbol{\tau}_u^{(k)}(\mathbf{q})$ .

$$\tilde{\boldsymbol{\tau}}_u^{(k+1)}(\mathbf{q}) = (1 - c_v)\boldsymbol{\tau}_u^{(k)} + c_l\mathbf{e}^{(k)} \quad (10)$$

Das gewünschte Unterstützungsmoment berechnen wir für ein diskretes Raster von  $N$  Abtast-Positionen im

Gangzyklus  $(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_N)$ . Dann suchen wir ein Kraftfeld  $\boldsymbol{\tau}_u^{(k+1)}(\mathbf{q})$ , welches einerseits Gleichung (7) erfüllt und andererseits die quadratische Kostenfunktion  $J$  minimiert, die durch

$$J = \left\| \begin{pmatrix} \tilde{\boldsymbol{\tau}}_u^{(k+1)}(\mathbf{q}_1) \\ \vdots \\ \tilde{\boldsymbol{\tau}}_u^{(k+1)}(\mathbf{q}_i) \\ \vdots \\ \tilde{\boldsymbol{\tau}}_u^{(k+1)}(\mathbf{q}_N) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \boldsymbol{\tau}_u^{(k+1)}(\mathbf{q}_1) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\tau}_u^{(k+1)}(\mathbf{q}_i) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\tau}_u^{(k+1)}(\mathbf{q}_N) \end{pmatrix} \right\|_{\mathbf{Q}}^2, \quad (11)$$

gegeben ist. Die symmetrische, positiv definite Matrix  $\mathbf{Q}$  enthält Gewichtungsfaktoren, die es ermöglichen, einzelne Gelenke bzw. Abtastpunkte stärker als andere in der Optimierung zu gewichten.

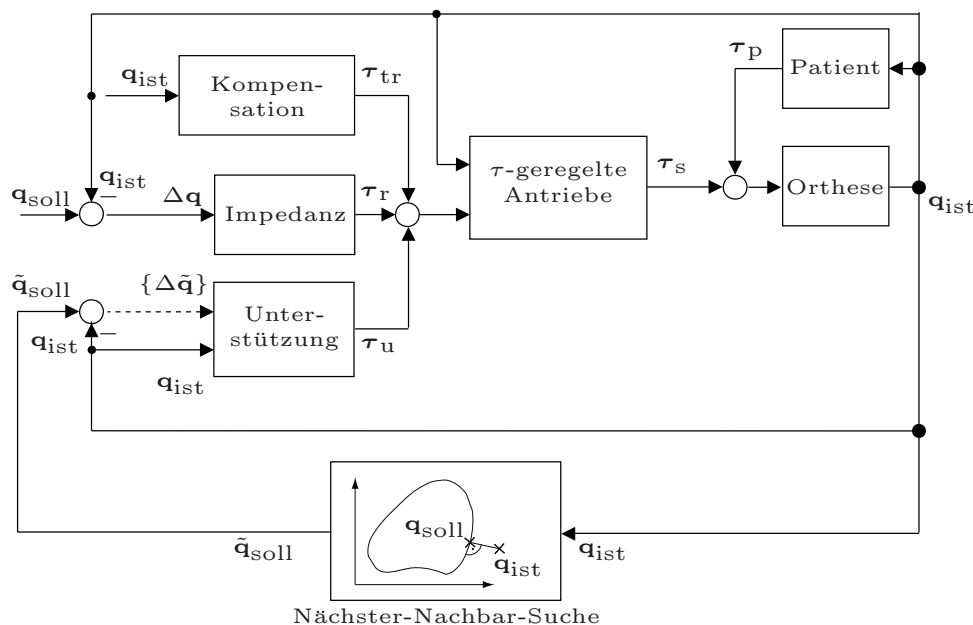
Wir parametrieren das Potential  $\phi$  des gesuchten Kraftfelds mit Hilfe radialer Basisfunktionen [21]. Dazu werden an den Stützstellen  $\mathbf{c}_i$  im Gelenkwinkelraum lokalisierte Basisfunktionen mit den Skalierungsfaktoren  $w_i$  multipliziert und zu einer Funktionsapproximation des Potentials überlagert:

$$\phi(\mathbf{q}) = \frac{\sum_{i=1}^N (w_i f_i[r_i(\mathbf{q})])}{\sum_{j=1}^N f_j[r_j(\mathbf{q})]}. \quad (12)$$

Die Radiusfunktionen  $r_i$  sind skalare Funktionen eines Distanzvektors  $\delta_i$  zwischen einem Punkt  $\mathbf{q}_k$  und der  $i$ -ten Stützstelle  $\mathbf{c}_i$ :

$$\delta_i(\mathbf{q}_k) = \mathbf{q}_k - \mathbf{c}_i, \quad r_i(\mathbf{q}_k) = \sqrt{\delta_i^T(\mathbf{q}_k)\mathbf{D}_i\delta_i(\mathbf{q}_k)} \quad (13)$$

mit der symmetrischen, positiv definiten Gewichtungsmatrix  $\mathbf{D}_i$  für jede Stützstelle.



**Bild 4** Iterative lernendes, konservatives Kraftfeld (ILKK).



Da das Potential in (12) linear in den Parametern  $w_i$  ist, kann es als Skalarprodukt einer vektorwertigen Funktion  $\mathbf{g}(\mathbf{q})$  und eines Parametervektors  $\mathbf{w} = (w_1 \ w_2 \ \dots \ w_N)^T$  geschrieben werden:

$$\phi(\mathbf{q}) = \mathbf{g}(\mathbf{q})^T \mathbf{w} \quad (14)$$

Der Gradient des Potentials (und damit das gesuchte Kraftfeld) entspricht dann der Multiplikation der transponierten Jacobi-Matrix von  $\mathbf{g}$  mit dem Parametervektor  $\mathbf{w}$ :

$$\boldsymbol{\tau}_u(\mathbf{q}) = -\nabla_{\mathbf{q}}\phi = -\left(\frac{d\mathbf{g}(\mathbf{q})}{d\mathbf{q}}\right)^T \mathbf{w} \quad (15)$$

Wenn die negativen, transponierten Jacobi-Matrizen für alle  $N$  Abtast-Positionen  $\mathbf{q}_i$  zur Matrix  $\mathbf{A}$

$$\mathbf{A} := -\left(\frac{d\mathbf{g}(\mathbf{q})}{d\mathbf{q}}\bigg|_{\mathbf{q}=\mathbf{q}_1} \ \dots \ \frac{d\mathbf{g}(\mathbf{q})}{d\mathbf{q}}\bigg|_{\mathbf{q}=\mathbf{q}_N}\right)^T, \quad (16)$$

und die Vektoren  $\boldsymbol{\tau}_u(\mathbf{q}_i)$  zum Vektor  $\mathbf{b}$  zusammengefasst werden, kann die in Gleichung (11) definierte Kostenfunktion als

$$J = \|\mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{w}\|_Q^2 \quad (17)$$

geschrieben werden. Wir erhalten somit ein lineares Problem der kleinsten Quadrate und können den Parametervektor  $\mathbf{w}$  mit Hilfe der Pseudoinversen oder eines rekursiven Kleinst-Quadrate-Algorithmus ermitteln.

Als Funktionen  $f_i$  verwenden wir in unserem Fall die radialen Basisfunktionen minimalen Grades mit kompaktem Träger nach Wendland [22], die sich im Unterschied zu den häufig verwendeten Exponentialfunktionen rechenzeit-effizient in einem lokal begrenzten Bereich des Gelenkwinkelraums auswerten lassen. Für unsere konkrete Anwendung wurde ein regelmäßiges Gitter von vier Stützstellen pro Freiheitsgrad (zwei Hüft- und zwei Kniegelenke) verwendet, d.h. es wurden  $4^4 = 256$  radiale Basisfunktionen zur Parametrierung des ILKK eingesetzt.

Mit Hilfe des vorgängig beschriebenen Algorithmus berechnen wir nach jedem Schrittzyklus aus der Folge  $\{\Delta\bar{\mathbf{q}}\}$  der an den  $N$  Abtast-Positionen festgehaltenen Winkelabweichungen *online* ein neues Unterstützungskraftfeld, welches durch den Parametervektor  $\mathbf{w}$  vollständig beschrieben wird. Während des nächsten Zyklus werden dann kontinuierlich Unterstützungsmomente gemäß Gleichung (15) berechnet und zusammen mit den Reglermomenten  $\boldsymbol{\tau}_r$  und den Kompensations-Momenten  $\boldsymbol{\tau}_{tr}$  von den momenten-geregelten Antrieben auf die Orthese aufgebracht (Bild 4).

## 2.5 Experimentelle Demonstration

Um das Verhalten der beiden vorgestellten Ansätze zur Patientenunterstützung in einem realistischen Kontext zu demonstrieren, haben wir beide mit einer in ihrer Gehfähigkeit nicht beeinträchtigten Versuchsperson evaluiert. Die Versuchsperson wurde in den Lokomat

eingespannt und von diesem mit zunächst maximal steifem Impedanzregler ( $K = K_{\max} = 1200 \text{ Nm/rad}$  für die Hüftgelenke bzw.  $900 \text{ Nm/rad}$  für die Kniegelenke) entlang der definierten Bewegungstrajektorie  $\mathbf{q}_{\text{soll}}(t)$  geführt. Die Steifigkeit des Impedanzreglers wurde dann während 120 Sekunden linear auf  $K = 0$  reduziert.

Während des Gehens simulierte die Versuchsperson eine Schwäche ihres rechten Beins beim Stützen des Körpergewichts, verließ sich also in der Standphase des rechten Beins auf die Unterstützung des Roboters, um im Kniegelenk nicht „einzuknicken“. Dieser Ablauf wurde einmal ohne zusätzliche Unterstützung (Kondition IMPEDANZ, Regler wie in Bild 2), einmal mit ILV (Kondition ILV, Regler wie in Bild 3) und einmal mit ILKK (Kondition ILKK, Regler wie in Bild 4) durchgeführt. Während des Versuchs wurden die Gelenkwinkel und Drehmomente, sowie die von der Patientenunterstützung aufgetragenen Unterstützungsmomente aufgezeichnet.

Für die Breite der Totzone wurde in beiden Ansätzen  $d = 5^\circ$  gewählt, für Lernrate und Vergessensfaktor wurden die Parameter  $c_L = 45 \text{ Nm/rad}$  bzw.  $c_V = 0,05$  verwendet.

## 2.6 Datenauswertung

Zur Evaluation der Unterstützungswirkung der vorgestellten Ansätze wurden für jeden Schrittzyklus  $k$  die mittlere Winkelabweichung  $\Delta\bar{\mathbf{q}}$  sowie das mittlere Unterstützungsmoment  $\Delta\bar{\boldsymbol{\tau}}_u$  während der Standphase ( $0 \leq t \leq T_{\text{st}}^{(k)}$ ) im rechten Kniegelenk berechnet:

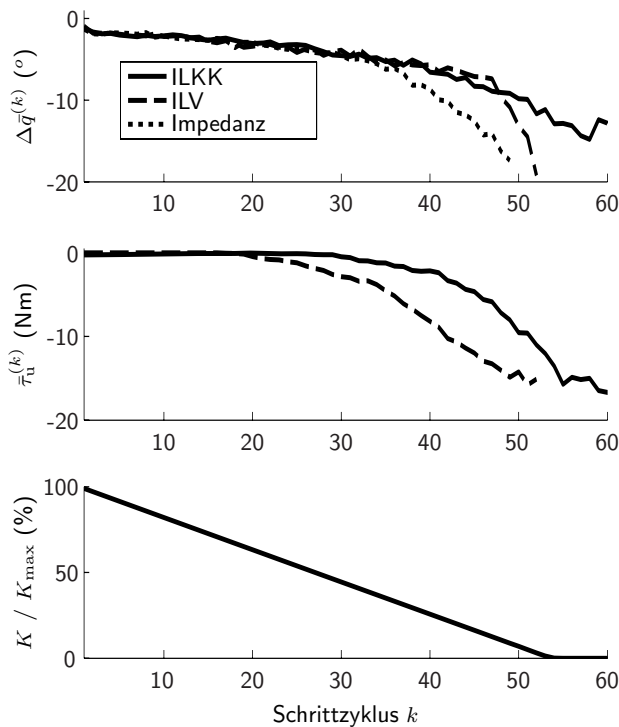
$$\Delta\bar{\mathbf{q}}^{(k)} = \frac{1}{T_{\text{st}}^{(k)}} \int_0^{T_{\text{st}}^{(k)}} \Delta\bar{\mathbf{q}}^{(k)}(t) dt \quad (18)$$

$$\bar{\boldsymbol{\tau}}_u^{(k)} = \frac{1}{T_{\text{st}}^{(k)}} \int_0^{T_{\text{st}}^{(k)}} \boldsymbol{\tau}_u^{(k)}(t) dt \quad (19)$$

Hierzu wurden die Daten mit Hilfe einer selbst entwickelten Auswertungssoftware automatisch so aufbereitet, dass jeder Schrittzyklus zum Zeitpunkt  $t = 0$  mit dem Einsetzen der Standphase begann, und die Dauer der Standphase  $T_{\text{st}}^{(k)}$  wurde für jeden Schrittzyklus bestimmt.

## 3 Ergebnisse

Bis zu einer Steifigkeit des Impedanzreglers von etwa 50% der maximalen Steifigkeit nahm unter allen drei Konditionen der Betrag der Winkelabweichung im rechten Kniegelenk  $\Delta\bar{q}^{(k)}$  linear mit abnehmender Steifigkeit zu (Bild 5, oberes Diagramm). Bei niedrigeren Steifigkeiten machte sich zunächst unter der Kondition IMPEDANZ das Fehlen zusätzlicher Unterstützung bemerkbar: Der Betrag von  $\Delta\bar{q}^{(k)}$  nahm stärker zu als unter den beiden anderen Konditionen, bis es schließlich ab einer Steifigkeit von etwa 10% nicht mehr möglich war, die Schwäche im rechten Bein zu simulieren, ohne während der Standphase einzuknicken.



**Bild 5** Vergleich der mittleren Winkelabweichung  $\Delta\bar{q}$  während der Standphase im rechten Kniegelenk (oberes Diagramm) sowie der mittleren adaptierten Unterstützung  $\bar{\tau}_u^{(k)}$  (mittleres Diagramm) unter den drei Konditionen IMPEDANZ, ILV und ILKK. Das untere Diagramm zeigt die während des Experiments unter allen Konditionen linear reduzierte Steifigkeit des Impedanzreglers als Prozentsatz der maximalen Steifigkeit  $K_{\max}$ .

Beim Gehen mit der ILV nahm  $|\Delta\bar{q}^{(k)}|$  bis zu einer Steifigkeit von 10% linear zu, bei niedrigeren Steifigkeiten stieg  $|\Delta\bar{q}^{(k)}|$  überproportional stark, bis bei Erreichen von 0% Steifigkeit (d.h. dem vollständigen Ausblenden des Impedanzreglers) ebenfalls kein Gehen mit simulierter Schwäche mehr möglich war.

Im Versuch mit dem ILKK nahm  $|\Delta\bar{q}^{(k)}|$  bis zum Erreichen von 0% Steifigkeit nahezu linear zu, um dann zu stagnieren.

Das mittlere Unterstützungsmoment  $\Delta\bar{\tau}_u$  erreichte bei beiden Ansätzen zur Patientenunterstützung ein Maxi-

mum von etwa 15 Nm. Die Unterstützung wurde bei der ILV bereits deutlich früher aufgebaut als beim ILKK (Bild 5, mittleres Diagramm).

Das ILKK veränderte sich während des Experiments dergestalt, dass es während der Standphase des rechten Beins selektiv einem Einknicken des Standbeins entgegenwirkte (Bild 6).

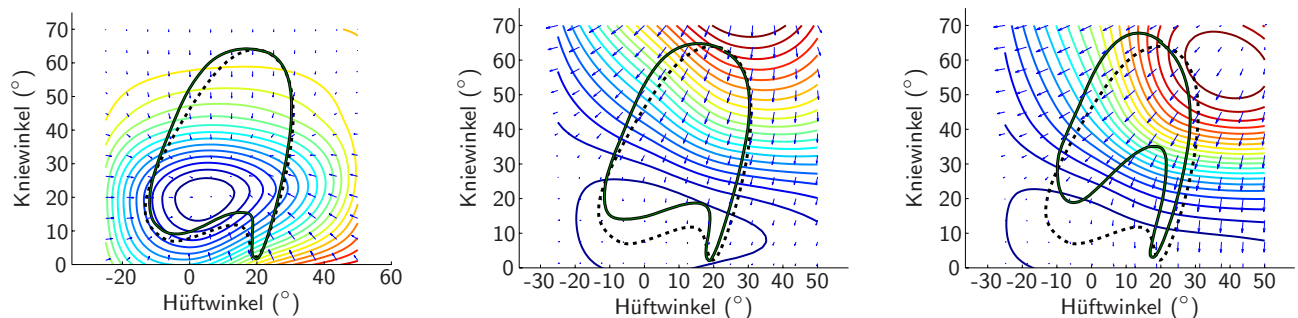
#### 4 Diskussion

Beim Versuch mit dem einfachen Impedanzregler (Kondition IMPEDANZ) wurde deutlich, dass dieser unterhalb einer minimalen Steifigkeit keine unterstützende Wirkung mehr bieten kann. Beide adaptiven Unterstützungsansätze erlaubten es, die reduzierte Unterstützung durch den Impedanzregler selektiv auszugleichen und die Trainingsaufgabe trotz simulierter Schwäche weiterzuführen.

Die ILV konnte zunächst mehr Unterstützung bieten als das ILKK, da sie nicht durch die Forderung der Passivität eingeschränkt wird und somit Energie ins Gesamtsystem einbringen darf. Da die ILV allerdings an den zeitlichen Ablauf der Referenztrajektorie gekoppelt ist, konnte sie ihre Unterstützungsleistung nicht mehr aufrecht erhalten, als der Impedanzregler den angenommenen zeitlichen Ablauf der Bewegungen nicht mehr sicherstellte. Das Unterstützungsmoment wurde phasenverschoben aufgebracht, sodass die Stützwirkung während der Standphase fehlte. Stattdessen wurde eine eigentlich erwünschte Beugung des Knies in der Schwungphase verhindert, was einen kontraproduktiven Eingriff in die Gangbewegung der Versuchsperson darstellte.

Das ILKK ist nicht von einer zeitlichen Referenz abhängig und kann daher auch nicht mit den Bewegungen des Menschen außer Phase geraten. Aus diesem Grund war es im Experiment möglich, auch nach vollständigem Ausblenden des Impedanzreglers mit der simulierten Schwäche im rechten Standbein unterstützt durch den Roboter weiter zu laufen.

Probleme treten beim ILKK also nicht durch einen veränderten zeitlichen Ablauf auf. Stattdessen können bei diesem Ansatz deutliche Änderungen des räumlichen Be-



**Bild 6** Projektionen des ILKK auf den zweidimensionalen Raum für das rechte Bein nach Schrittzklus  $k=20$  (links), 40 (Mitte) und 60 (rechts). Für die Projektion werden die Koordinaten des linken Beins auf  $15^{\circ}$  Hüftflexion und  $62^{\circ}$  Knieflexion (Mitte Schwungphase) festgehalten, während für die Koordinaten des rechten Beins beliebige Winkel zugelassen werden. Die Pfeile illustrieren die auf Hüft- und Kniegelenk des rechten Beins bezogenen Komponenten des negativen Gradienten des durch Höhenlinien angedeuteten Potentials. Die gestrichelte, schwarze Linie markiert den Verlauf der Referenztrajektorie, während die durchgezogene, schwarze Linie den Verlauf der Ist-Winkel für den entsprechenden Schrittzklus wiedergibt.

wegungsmusters zu Problemen führen, da man dadurch in Bereiche des Gelenkwinkelraums gelangen kann, für die in vorherigen Schrittzyklen keine Trainingsdaten erzeugt wurden. Der Optimierungsprozess, der durchlaufen wird, um das konservative Kraftfeld zu erhalten, konnte das Kraftfeld in diesen Bereichen also beliebig gestalten, um die gewünschten Unterstützungsmomente für die übrigen Bereiche möglichst gut annähern zu können. Folglich garantiert der Ansatz nicht, dass das Kraftfeld für zuvor nicht durchlaufene Bereiche des Gelenkwinkelraums sinnvoll generalisiert.

Dies ist jedoch unproblematisch, wenn alle Bewegungen durch einen weiteren Regler räumlich auf ein sinnvolles Bewegungsmuster beschränkt werden. Durch eine solche Beschränkung kann sichergestellt werden, dass sich die Roboter- bzw. Patientenbeine nur durch Bereiche des Gelenkwinkelraums bewegen, für die ausreichend Trainingsdaten vorliegen, um eine zuverlässige Generalisierung des Kraftfelds sicherzustellen. Die in [10] beschriebene Pfadregelung, die sich wie kürzlich demonstriert [11] ebenfalls als konservatives Kraftfeld implementieren und daher ideal mit dem in diesem Beitrag vorgestellten ILKK kombinieren lässt, ermöglicht eine solche räumlich Beschränkung, während sie gleichzeitig zeitlich freie Bewegungsabläufe erlaubt.

Bislang ungeklärt ist die optimale Parametrierung der hier vorgestellten Verfahren. Lernrate  $c_L$ , Vergessensfaktor  $c_V$  und Totzone  $d$  wurden durch Versuch und Irrtum so bestimmt, dass ein zufriedenstellendes Lernverhalten erzielt werden konnte. Wie von Emken *et al.* [19] gezeigt wurde, sollte durch die Parametrierung sichergestellt werden, dass der Roboter seine Unterstützung schneller (durch den Vergessensfaktor) reduziert, als der Mensch lernt, sich auf die Unterstützung zu verlassen. Derartige Zusatzanforderungen wurden an dieser Stelle nicht berücksichtigt. Eine geeignete Parametrierung sollte aber in keinem Fall Anpassungen durch den Therapeuten zur Laufzeit benötigen.

## 5 Schlussfolgerung

In diesem Beitrag wurden zwei Ansätze zur Anpassung der Unterstützung während der roboterunterstützten Neurorehabilitation vorgestellt: eine iterativ lernende, zeitabhängige Vorsteuerung (ILV) und ein iterativ lernendes, konservatives Kraftfeld (ILKK). Beide Verfahren sind in der Lage, sich an individuelle Probleme eines Patienten anzupassen und diese zu kompensieren. Wird der zeitliche Ablauf der Bewegung des Patienten durch einen zusätzlichen Regler sichergestellt, kann die ILV stärkere Unterstützung liefern als das ILKK. Sollen dem Patienten dagegen Bewegungen mit freiem zeitlichem Ablauf ermöglicht werden, ist das ILKK im Vorteil, da es den Patienten zeitunabhängig nur auf Basis seiner Gelenkstellungen unterstützen kann.

Durch seine Kombinierbarkeit mit anderen Ansätzen, die Patienten mehr Einfluss auf ihre Bewegungen ermöglichen, kann das ILKK eine zentrale Komponente

zukünftiger patientenkooperativer Regelungsstrategien für Rehabilitationsroboter darstellen, die das Ziel haben, Patienten ein deutlich effektiveres, roboterunterstütztes Bewegungstraining als gegenwärtig möglich zu bieten.

## Literatur

- [1] R. Riener, T. Nef, and G. Colombo, „Robot-aided neurorehabilitation of the upper extremities,“ *Medical and Biological Engineering and Computing*, vol. 43, no. 1, pp. 2–10, 2005.
- [2] P. Winchester and R. Querry, „Robotic orthoses for body weight-supported treadmill training,“ *Physical medicine and rehabilitation clinics of North America*, vol. 17, no. 1, pp. 159–172, 2006.
- [3] V. S. Huang and J. W. Krakauer, „Robotic neurorehabilitation: a computational motor learning perspective,“ *Journal of Neuro-Engineering and Rehabilitation*, vol. 6, pp. 5+, 2009.
- [4] D. J. Reinkensmeyer, J. L. Emken, and S. C. Cramer, „Robotics, motor learning, and neurologic recovery,“ *Annu Rev Biomed Eng*, vol. 6, pp. 497–525, 2004.
- [5] R. Riener, L. Lünenburger, S. Jezernik, M. Anderschitz, G. Colombo, and V. Dietz, „Patient-cooperative strategies for robot-aided treadmill training: first experimental results,“ *IEEE Trans. Neural Syst. Rehabil. Eng.*, vol. 13, no. 3, pp. 380–394, 2005.
- [6] D. Aoyagi, W. E. Ichinose, S. J. Harkema, D. J. Reinkensmeyer, and J. E. Bobrow, „A Robot and Control Algorithm That Can Synchronously Assist in Naturalistic Motion During Body-Weight-Supported Gait Training Following Neurologic Injury,“ *IEEE Trans. Neural Syst. Rehabil. Eng.*, vol. 15, no. 3, pp. 387–400, 2007.
- [7] J. F. Veneman, R. Kruidhof, E. E. G. Hekman, R. Ekkelenkamp, E. H. F. Van Asseldonk, and H. van der Kooij, „Design and Evaluation of the LOPES Exoskeleton Robot for Interactive Gait Rehabilitation,“ *IEEE Trans. Neural Syst. Rehabil. Eng.*, vol. 15, no. 3, pp. 379–386, 2007.
- [8] H. Krebs, J. J. Palazzolo, L. Dipietro, M. Ferraro, J. Krol, K. Ranekleiv, B. T. Volpe, and N. Hogan, „Rehabilitation robotics: Performance-based progressive robot-assisted therapy,“ *Autonomous Robots*, vol. 15, no. 1, pp. 7–20, 2003.
- [9] S. K. Banala, S. K. Agrawal, and J. P. Scholz, „Active Leg Exoskeleton (ALEX) for Gait Rehabilitation of Motor-Impaired Patients,“ in *Proc. IEEE 10th Int. Conf. Rehabil. Robot.*, Noordwijk, pp. 401–407, 2007.
- [10] A. Duschau-Wicke, J. von Zitzewitz, A. Caprez, L. Lünenburger, and R. Riener, „Path control: A method for patient-cooperative robot-aided gait rehabilitation,“ *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, vol. 18, no. 1, pp. 33–48, February 2010.
- [11] H. Vallery, A. Duschau-Wicke, and R. Riener, „Generalized elasticities improve patient-cooperative control of rehabilitation robots,“ in *IEEE Int. Conf. on Rehabilitation Robotics (ICORR)*, pp. 535–541, 2009.
- [12] N. Hogan, „Impedance control – An approach to manipulation. I – Theory. II – Implementation. III – Applications,“ *ASME Transactions Journal of Dynamic Systems and Measurement Control B*, vol. 107, pp. 1–24, 1985.
- [13] J. L. Emken, S. J. Harkema, J. A. Beres-Jones, C. K. Ferreira, and D. J. Reinkensmeyer, „Feasibility of Manual Teach-and-Replay and Continuous Impedance Shaping for Robotic Locomotor Training Following Spinal Cord Injury,“ *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 55, no. 1, pp. 322–334, 2008.
- [14] E. T. Wolbrecht, V. Chan, D. J. Reinkensmeyer, and J. E. Bobrow, „Optimizing Compliant, Model-Based Robotic Assistance to Promote Neurorehabilitation,“ *IEEE Trans. Neural Syst. Rehabil. Eng.*, vol. 16, no. 3, pp. 286–297, 2008.
- [15] A. Duschau-Wicke, T. Brunsch, L. Lünenburger, and R. Riener, „Adaptive Support for Patient-Cooperative Gait Rehabilitation with the Lokomat,“ in *2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 2357–2361, 2008.



- [16] G. Colombo, M. Wirz, and V. Dietz, „Driven gait orthosis for improvement of locomotor training in paraplegic patients,“ *Spinal Cord*, vol. 39, no. 5, pp. 252–255, 2001.
- [17] H. Vallery, A. Duschau-Wicke, and R. Riener, „Optimized passive dynamics improve transparency of haptic devices,“ in *IEEE Int. Conf. Robot. Aut. (ICRA)*, pp. 301–306, 2009.
- [18] S. Arimoto, S. Kawamura, and F. Miyazaki, „Bettering operation of Robots by learning,“ *Journal of Robotic Systems*, vol. 1, no. 2, pp. 123–140, 1984.
- [19] J. L. Emken, J. E. Bobrow, and D. J. Reinkensmeyer, „Robotic movement training as an optimization problem: designing a controller that assists only as needed,“ in *IEEE Int. Conf. on Rehabilitation Robotics (ICORR)*, Chicago, pp. 307–312, 2005.
- [20] E. Colgate and N. Hogan, „An analysis of contact instability in terms of passive physical equivalents,“ in *IEEE Int. Conf. Robot. Aut.*, pp. 404–409, 1989.
- [21] A. Iske, *Multiresolution methods in scattered data modeling*. Springer, 2004.
- [22] H. Wendland, „Piecewise polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree,“ *Advances in Computational Mathematics*, vol. 4, no. 1, pp. 389–396, 1995.

Manuskripteingang: 1. Oktober 2009

**Dipl.-Ing. Alexander Duschau-Wicke** ist Doktorand im Labor für Sensomotorische Systeme (SMS Lab) der ETH Zürich sowie Softwareentwickler bei der Hocoma AG, Volketswil.

Adresse: Sensory-Motor Systems Lab, ETH Zürich, Tannenstr. 1, CH-8092 Zürich, Fax: +41-(0)43-444-2201, E-Mail: [duschau@mavt.ethz.ch](mailto:duschau@mavt.ethz.ch)

**André Morger** ist Master-Student im Departement Maschinenbau und Verfahrenstechnik der ETH Zürich.

Adresse: siehe oben.

**Dr.-Ing. Heike Vallery** ist wissenschaftliche Mitarbeiterin im Labor für Sensomotorische Systeme (SMS Lab) der ETH Zürich.

Adresse: siehe oben.

**Prof. Dr.-Ing. Robert Riener** leitet das Labor für Sensomotorische Systeme (SMS Lab) der ETH Zürich und beteiligt sich als Mitglied der medizinischen Fakultät der Universität Zürich an der Forschung des Paraplegikerzentrums der Uniklinik Balgrist in Zürich.

Adresse: siehe oben.



## Regelungstechnik und MATLAB ideal kombiniert



Helmut Bode  
**Systeme der Regelungstechnik mit MATLAB und Simulink**  
Analyse und Simulation

2010 | 448 S. | Broschur | € 34,80  
ISBN 978-3-486-59083-8

Das Buch stellt die Einsatzmöglichkeiten von MATLAB und Simulink in der Regelungstechnik zur Analyse und computergestützten Simulation dynamischer Systeme vor. Neben Definitionen und Bemerkungen zur Historie der Automatisierung werden außerdem exemplarisch regelungstechnische Probleme modelliert und simuliert.

Die elementare und umfassende Darstellung ist ausgezeichnet für den Einsatz in der Lehre geeignet. Alle eingesetzten MATLAB-Codes werden auch auf der Website des Verlags zum Download angeboten.

**Das Buch richtet sich an Studierende der Elektrotechnik, des Maschinenbaus, der Automatisierungstechnik, der Verfahrenstechnik sowie der Systemtechnik und Mechatronik.**

Bestellen Sie in Ihrer Fachbuchhandlung oder direkt bei uns:  
Tel: 089/45051-248, Fax: 089/45051-333, [verkauf@oldenbourg.de](mailto:verkauf@oldenbourg.de)  
[www.oldenbourg-wissenschaftsverlag.de](http://www.oldenbourg-wissenschaftsverlag.de)

Oldenbourg